

УДК 533.65.013.622

ПРОДОЛЖИТЕЛЬНОСТЬ ПОЛЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО БЕСПИЛОТНОГО ВЕРТОЛЕТА

Свердлов С. З.

*ФГБОУ ВПО «Вологодский государственный университет», Вологда, Россия
(16000, Вологда, ул. Ленина, 15), e-mail: c3c@uni-vologda.ac.ru*

Статья посвящена изучению продолжительности полета электрического беспилотного вертолета (классического или многороторного, мультикоптера). Рассматривается время полета в режиме висения. На основе анализа эффективности несущего винта получена зависимость времени полета от энергоемкости (массы) аккумуляторной батареи и других параметров. Исследована зависимость времени полета в режиме висения от относительной массы аккумуляторной батареи, то есть отношения массы батареи к массе летательного аппарата без батареи. Выяснено, что максимум времени полета электрического беспилотного вертолета в режиме висения достигается, когда масса аккумуляторной батареи вдвое превышает массу летательного аппарата без батареи. На основе анализа эффективности даны рекомендации по рациональному выбору аккумуляторной батареи. Приведены результаты вычислительного эксперимента, подтверждающие приведенную теорию.

Ключевые слова: аэродинамика, электрический, беспилотный, вертолет, время полета.

FLIGHT DURATION OF THE ELECTRIC UNMANNED HELICOPTER

Sverdlov S. Z.

*Vologda State University, Vologda, Russia
(16000, Vologda, Lenina Str., 15), e-mail: c3c@uni-vologda.ac.ru.*

Article examines the flight duration of the electric unmanned helicopter (classical or multicopter). Considered hovering flight time. Based on analysis of the effectiveness of the rotor, defined the dependence of flight time on the energy capacity (mass) of the battery and other parameters. Define the dependence of the time of flight in the hovering on the relative weight of the battery, i.e. the ratio of the mass to the mass of the batteries of the aircraft without a battery. It was found that the maximum hovering flight time of electric unmanned helicopter achieved when the battery weight exceeds twice the mass of the aircraft without a battery. Based on analysis of the effectiveness the recommendations on the rational choice of battery. The results of the computational experiment confirms the theory.

Keywords : aerodynamics, electric, unmanned, helicopter, flight time .

Беспилотные вертолеты, в особенности многороторные (мультикоптеры), малого класса часто строятся с использованием литий-полимерных аккумуляторов и бесколлекторных электродвигателей. При проектировании такого летательного аппарата (ЛА) важен рациональный выбор винтомоторной группы (ВМГ) и параметров аккумулятора. Одним из критериев выбора является продолжительность полета.

Эффективность несущего винта

Показателем эффективности несущего винта является отношение тяги, создаваемой пропеллером, к мощности, которая требуется для его вращения. Сила тяги, создаваемая пропеллером (F), и мощность, необходимая для вращения пропеллера (N), выражаются такими формулами [1]:

$$F = \alpha \rho n^2 D^4 \quad (1)$$

$$N = \beta \rho n^3 D^5 \quad (2)$$

Здесь: α и β – безразмерные коэффициенты тяги и мощности. При висении, когда скорость набегающего потока равна нулю, зависят только от формы винта; ρ – плотность воздуха; n – частота вращения винта; D – диаметр винта;

Рассмотрим, каким образом эффективность винта зависит от полезной нагрузки (тяги). Для этого выразим из формулы (1) частоту n :

$$n = \sqrt{\frac{F}{\alpha \rho D^4}} = \frac{1}{D^2} \sqrt{\frac{F}{\alpha \rho}} \quad (3)$$

Подставим n из (3) в формулу (2):

$$N = \beta \rho \left(\frac{1}{D^2} \sqrt{\frac{F}{\alpha \rho}} \right)^3 D^5 = \frac{\beta \rho \left(\frac{F}{\alpha \rho} \right)^{3/2}}{D} \quad (4)$$

Вычислим эффективность пропеллера (E), разделив силу тяги F на мощность, выраженную формулой (4):

$$E = \frac{F}{N} = \frac{FD}{\beta \rho \left(\frac{F}{\alpha \rho} \right)^{3/2}} \quad (5)$$

Упрощая правую часть (5), получим:

$$E = D \frac{\alpha^{3/2}}{\beta} \sqrt{\frac{\rho}{F}} \quad (6)$$

Безразмерный коэффициент

$$Q = \frac{\alpha^{3/2}}{\beta} \quad (7)$$

характеризует аэродинамическое качество пропеллера и в режиме висения зависит только от формы винта. Эффективность с учетом (7) выражается так:

$$E = QD \sqrt{\frac{\rho}{F}} \quad (8)$$

Время полета

Будем рассматривать время полета ЛА вертолетного типа в режиме висения. Оно может быть вычислено следующим образом:

$$T = \frac{W\eta}{N}, \quad (9)$$

где T – время висения ЛА; W – запас энергии батареи; η – коэффициент полезного действия силовой установки; N – мощность, расходуемая пропеллерами.

Мощность, расходуемая на висение, пропорциональна нагрузке на пропеллеры и обратно пропорциональна эффективности пропеллеров.

$$N = \frac{P}{E}, \quad (10)$$

где P – вес ЛА; E – эффективность пропеллера.

В летательных аппаратах с электроприводом используются почти исключительно литий-полимерные аккумуляторы, обладающие высокой плотностью энергии на единицу массы. От запаса энергии батареи зависит продолжительность полета летательного аппарата (ЛА). Запас энергии батареи данного типа пропорционален массе батареи:

$$W = wM \quad (11)$$

Здесь: W – энергия, запасенная заряженной АКБ; w – удельная энергоемкость аккумулятора (запас энергии на единицу массы); M – масса батареи.

Подставив в правую часть формулы (9), выражения из (10) и (11), получим:

$$T = \frac{w\eta ME}{P} \quad (12)$$

Нагрузка на отдельный пропеллер:

$$F = \frac{P}{n}, \quad (13)$$

где n – количество пропеллеров. С учетом (13) формула (8) запишется в виде:

$$E = QD \sqrt{\frac{\rho n}{P}} \quad (14)$$

Зависимость времени полета от энергоемкости и массы аккумуляторной батареи

Исследуем зависимость продолжительности полета от запаса энергии а, следовательно, массы АКБ при фиксированной конструкции вертолета и неизменных параметрах атмосферы. Объединим входящие в правую часть (14) величины, остающиеся в этих обстоятельствах постоянными. Обозначим

$$K_e = QD \sqrt{\rho n} \quad (15)$$

Тогда (14) можно переписать так:

$$E = \frac{K_e}{\sqrt{P}} \quad (16)$$

Поставим полученное выражение для эффективности в формулу (12), позволяющую вычислить время:

$$T = \frac{w\eta MK_e}{P\sqrt{P}} \quad (17)$$

Обозначим $K_t = w\eta K_e$. С учетом этого перепишем формулу (17):

$$T = \frac{K_t M}{P\sqrt{P}} = \frac{K_t M}{P^{3/2}} \quad (18)$$

Вес ЛА P складывается из веса конструкции за исключением аккумулятора и веса аккумулятора:

$$P = (M_0 + M)g, \quad (19)$$

где M_0 – масса вертолета без АКБ; g – ускорение свободного падения. Время полета:

$$T = \frac{K_t M}{g^{3/2} (M_0 + M)^{3/2}} \quad (20)$$

Еще раз, объединяя константы, обозначим $K_{tg} = \frac{K_t}{g^{3/2}}$. Получим:

$$T = \frac{K_{tg} M}{(M_0 + M)^{3/2}} \quad (21)$$

Разделим числитель и знаменатель правой части формулы (21) на $M_0^{3/2}$. Обозначим $m = \frac{M}{M_0}$ – относительная масса АКБ. Получим:

$$T = \frac{K_{tg} m}{\sqrt{M_0} (1+m)^{3/2}} \quad (22)$$

Обозначим $K = \frac{K_{tg}}{\sqrt{M_0}}$. Тогда формула (22) приобретает вид:

$$T = K \frac{m}{(1+m)^{3/2}} \quad (23)$$

Коэффициент K содержит физические величины, от которых зависит абсолютное полетное время, а остальная часть формулы (23) выражает зависимость полетного времени от относительной массы батареи. Отбросим на время коэффициент K и будем рассматривать условное время полета (T').

$$T' = \frac{m}{(1+m)^{3/2}} \quad (24)$$

График функции (24) показан на рисунке 1.

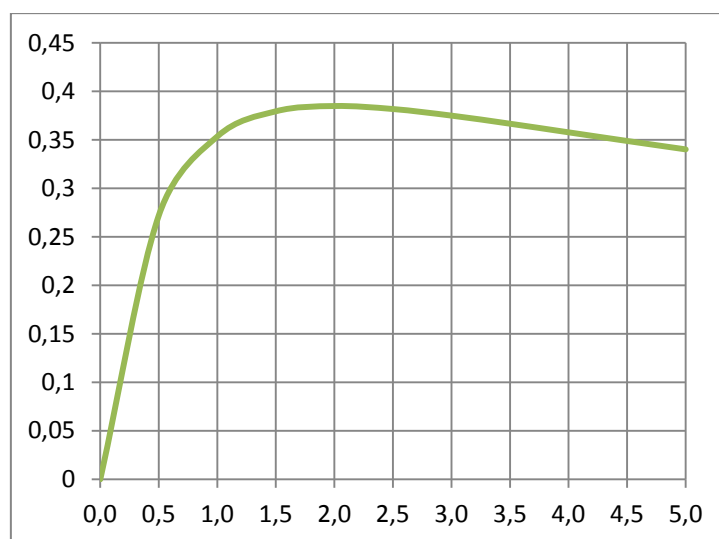


Рис. 1. Зависимость условного времени полета от относительной массы аккумуляторной батареи

Максимальное время полета

Как видно, с ростом массы аккумулятора полетное время вначале возрастает, достигает максимума, а потом начинает уменьшаться. Определим, при какой массе АКБ достигается наибольшее время полета. Для этого найдем максимум функции (18). Продифференцируем (18) по m :

$$\frac{dT'}{dm} = \frac{2-m}{2(1+m)^{5/2}} \quad (25)$$

В точке максимума функции ее производная равна нулю. Правая часть (25) равна нулю при $m = 2$. То есть **максимальное время полета достигается, когда масса аккумуляторной батареи вдвое превышает массу ЛА без батареи**. Отсюда также следует еще один вывод: **масса аккумуляторной батареи не должна превышать удвоенную массу ЛА без батареи**. Увеличение массы батареи сверх этого значения уменьшает время полета.

Числовые значения функции (25) не имеют наглядной интерпретации. Поэтому есть смысл использовать ее относительные значения. Можно принять максимальное условное полетное время за 1. Тогда значения нормированной функции будут лежать в диапазоне от 0 до 1 и будут представлять собой долю от максимально возможного времени, что очень наглядно. Найдем максимум значения функции (24) подставив в правую часть (24) $m = 2$:

$$T'_{max} = \frac{2}{(1+2)^{3/2}} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \quad (26)$$

Разделим правую часть (24) на $\frac{2}{3\sqrt{3}}$. Обозначим полученную величину t – относительное полетное время. Получим:

$$t = \frac{3\sqrt{3}m}{2(1+m)^{3/2}} \quad (27)$$

График этой функции показан на рис. 2.

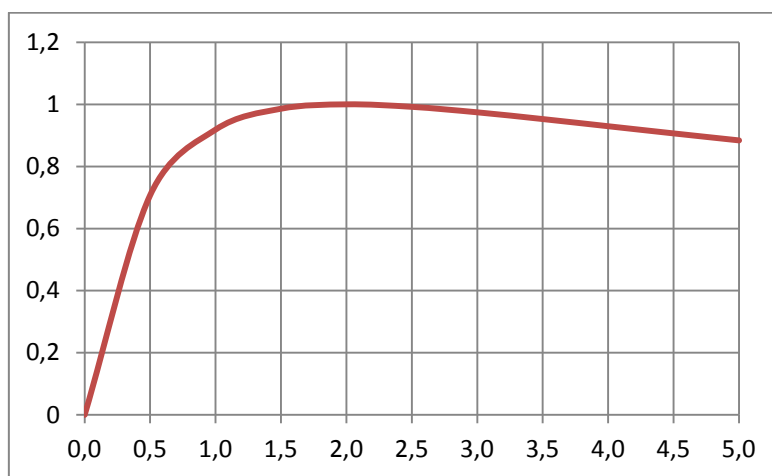


Рис. 2. Зависимость относительного полетного времени от относительной массы аккумуляторной батареи

Можно оценить значения полетного времени при некоторых характерных значениях массы АКБ. Так, при $m = 1$ полетное время составит 0,92 максимального. При $m = 0,5$ относительное полетное время оказывается равным 0,71.

Выбор массы аккумуляторной батареи

Несмотря на то, что максимум полетного времени достигается при $m = 2$, это не значит, что всегда следует стремиться установить батарею такой массы. Как видно из приведенных выше значений относительного полетного времени для $m = 1$ и $m = 0,5$, значительное снижение массы аккумулятора не приводит к пропорциональному уменьшению времени полета. Уменьшив же, даже довольно существенно, массу батареи, можно получить время полета ненамного меньшее максимально возможного.

Дифференциальный критерий выбора массы АКБ

На рис. 3 показан график функции (27) в диапазоне значений относительной массы m от 0 до 2,0 с одинаковым масштабом по осям.

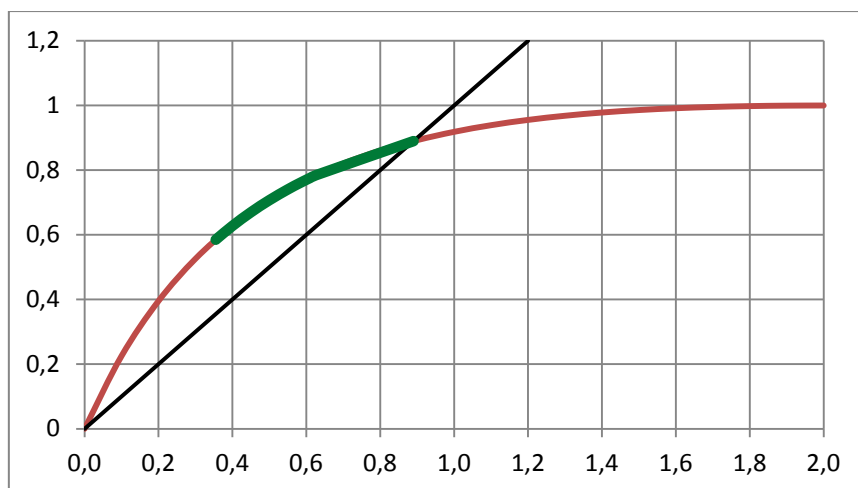


Рис. 3. Зависимость относительного полетного от относительной массы АКБ

При малых значениях m наклон графика относительного времени к оси абсцисс составляет больше 45 градусов. Это означает, что в этом случае увеличение массы аккумулятора приводит к росту полетного времени большему в относительном выражении, чем прирост емкости. То есть увеличение емкости в этом случае эффективно. Область значений m , когда увеличение емкости эффективно, простирается от $m = 0$ до точки, где производная $\frac{dt}{dm} = 1$. Учитывая (25) и (27), получаем уравнение для определения указанной точки:

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \frac{(2-m)}{(1+m)^{5/2}} = 1 \quad (28)$$

Численное решение уравнения (28) дает значение $m \approx 0,355$. Полетное время по формуле (27) при этом оказывается равным 58,5% от максимального. Значение $m = 0,355$ можно считать минимально рекомендованной относительной массой АКБ.

Интегральный критерий

При малых значениях m (до $m = 0,355$) прирост массы АКБ дает относительный прирост времени полета, больший прироста массы АКБ. То есть наращивание массы АКБ в этом случае эффективно. Показателем этой эффективности может быть величина производной $dt/dm > 1$. При дальнейшем росте m (то есть при $m > 0,355$) эффективность увеличения массы становится меньше 1. Но за счет того, что при $m < 0,355$ эффективность превышала 1, средняя (интегральная) эффективность остается высокой. Среднюю эффективность можно оценивать по отношению значения относительного времени к относительной массе АКБ. Если это отношение больше 1, можно считать, что выбор массы аккумулятора рационален.

Отношение относительного времени к относительной массе АКБ равно 1 в точках прямой – биссектрисы координатного угла (см. рис. 3). Точка пересечения двух линий дает искомое значение относительной массы, при котором средняя (интегральная) эффективность равна 1. Найти это значение можно, приравняв правую часть формулы (27) и значение m :

$$\frac{3\sqrt{3}m}{2(1+m)^{3/2}} = m \quad (29)$$

Решая полученное уравнение относительно m , получаем:

$$m = \frac{3}{2^{2/3}} - 1 \approx 0,89$$

На рис. 3 зеленым цветом показан участок графика зависимости относительного времени от относительной массы АКБ для $0,355 \leq m \leq 0,89$, который соответствует обсуждаемым критериям и может считаться разумным диапазоном значений относительной массы АКБ.

Результирующая формула для времени полета

В соответствии с формулой (17) время полета вычисляется так:

$$T = K \frac{m}{(1+m)^{3/2}} \quad (30)$$

Входящий в (30) коэффициент K выражается следующим образом:

$$K = \frac{w\eta Q D \sqrt{\frac{\rho n}{M_0}}}{g^{3/2}} \quad (31)$$

Внесем диаметр пропеллера D под знак квадратного корня:

$$K = \frac{w\eta Q \sqrt{\frac{D^2 \rho n}{M_0}}}{g^{3/2}} \quad (32)$$

Произведение $D^2 n$ пропорционально площади, заметаемой n пропеллерами при вращении. Произведение $M_0 g = P_0$ – вес ЛА без батареи. Площадь круга диаметра D равна $S = \pi \frac{D^2}{4}$. Отношение веса к площади, заметаемой пропеллерами, дает величину удельной на-

грузки (давления) на пропеллеры: $p_0 = \frac{P_0}{nS}$. Выполняя соответствующие подстановки и элементарные преобразования, из (32) получаем:

$$K = \frac{2w\eta Q \sqrt{\frac{\rho}{\pi}}}{g\sqrt{p_0}} \quad (33)$$

Подставляя выражение для K из (33) в (30) получаем формулу для продолжительности полета вертолета в режиме висения:

$$T = \frac{2w\eta Q}{g} \sqrt{\frac{\rho}{\pi p_0}} \frac{m}{(1+m)^{3/2}}, \quad (34)$$

где T – время полета в режиме висения; w – удельная энергоемкость аккумулятора; η – коэффициент полезного действия силовой установки; Q – коэффициент аэродинамического качества пропеллера; ρ – плотность воздуха; g – ускорение свободного падения; p_0 – удельная нагрузка на пропеллеры, рассчитанная по весу ЛА без АКБ; m – относительная масса АКБ: $m = M/M_0$, где M – масса аккумуляторной батареи; M_0 – масса ЛА без батареи.

Подставляя в (34) значение $m = 2$, получаем максимальную продолжительность полета:

$$T_{max} = \frac{4w\eta Q}{3\sqrt{3}g} \sqrt{\frac{\rho}{\pi p_0}} \quad (35)$$

Рекомендации по выбору относительной массы АКБ были даны выше. Из (34) и (35) следует, что **продолжительность полета растет пропорционально увеличению КПД силовой установки, аэродинамическому качеству пропеллеров, удельной энергоемкости батареи**. Однако рассчитывать на существенное увеличение этих параметров при проектировании ЛА, как правило, не приходится. В то же время для **увеличения продолжительности полета следует уменьшать, насколько это возможно, удельную нагрузку на пропеллеры. Время полета увеличивается обратно пропорционально квадратному корню из удельной нагрузки на пропеллеры.**

Вычислительный эксперимент

Для проверки приведенной теории была проведена серия вычислительных экспериментов. Использовался «Калькулятор для мультикоптеров» [3], разработанный Markus Mueller. Результаты по продолжительности полета (висения), полученные с помощью этого калькулятора, хорошо совпадают с фактическими. Так, расчеты, выполненные при проектировании квадрокоптера, описанного в [2], совпали с результатами тестовых полетов с точностью до минуты.

Были выполнены две серии расчетов для следующих конфигураций ЛА:

1) Квадрокоптер, примерно совпадающий по характеристикам с моделью DJI Phantom. Вес без ВМГ 300г, пропеллер диаметром 9", шаг 4.5". Моторы Tiger Motor MS 2212-13 (980kv). Аккумуляторные батареи 11.1В (3S) 2500мАч с токоотдачей 35/50С. Масса одной батареи 210г. Количество батарей менялось от 1 до 7.

2) Квадрокоптер, описанный в [2]. Вес без ВМГ 482г, пропеллеры диаметром 12", шаг 4,5". Моторы Tiger Motor MT 3506-25 (650kv). Аккумуляторные батареи 14.8В (4S) 2500мАч, токоотдача 35/50С. Масса одной батареи 280г. Количество батарей менялось от 1 до 11.

В ходе расчетов выяснилось следующее обстоятельство. При увеличении количества АКБ полетная масса в калькуляторе увеличивается больше, чем увеличивается вес собственно батарей. Например, при добавлении второй батареи весом 210г к конфигурации 1), полетный вес, сообщаемый калькулятором, увеличивается на 231г. В проектном расчете это может объясняться учетом дополнительного веса проводов и другими подобными обстоятельствами, но при проверке обсуждаемой теории такой подход искажает картину. Поэтому для каждой конфигурации были выполнены расчеты по двум методикам:

а) При изменении количества батарей полетный вес берется таким, какой сообщает калькулятор при фиксированном в калькуляторе значении «Вес без ВМГ».

б) «Вес без ВМГ» в калькуляторе корректируется так, чтобы вес ЛА за вычетом суммарной массы батарей оставался постоянным.

Результаты вычислительного эксперимента представлены на рис. 4. На каждом графике две кривые. Синяя — расчет по методике а); коричневая — по методике б).

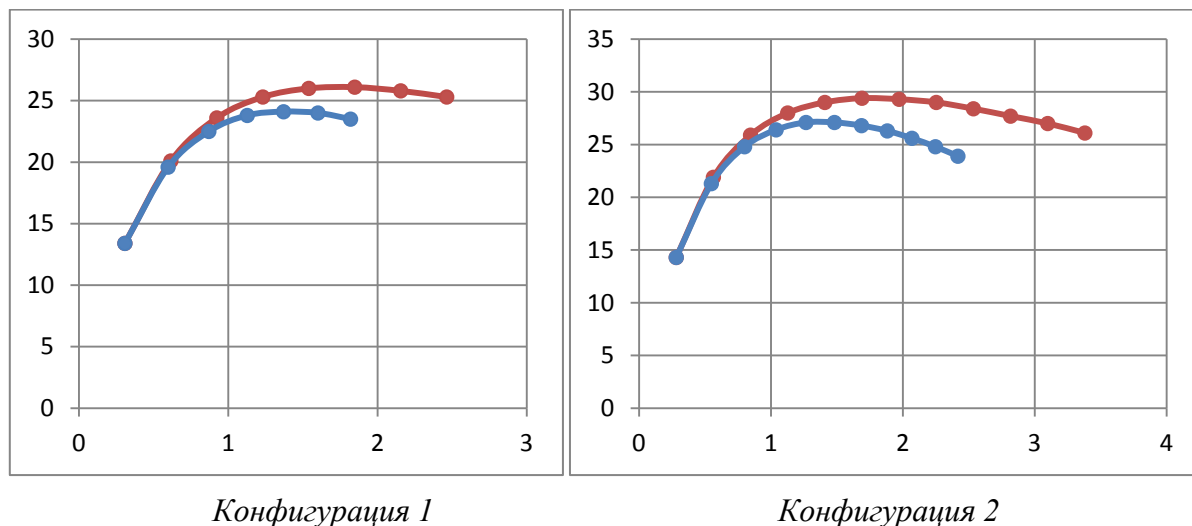


Рис. 4. Зависимость времени висения (минут) от относительной массы АКБ

Список литературы

1. Прицкер Д. М., Сахаров Г. И. Аэродинамика. М., Машиностроение, 1968
2. С. Свердлов. Квадролёт. <http://forum.rcdesign.ru/blogs/174358/blog18011.html>

3. Multicopter Calculator. Version: X6.06, 31.01.14
<http://www.ecalc.ch/xcoptercalc.php?ecalc&lang=ru>
4. Джонсон У. Теория вертолета: В 2-х книгах. Пер. с англ.— М. Мир, 1983.
5. Walter J. Wagtendonk. Principles of Helicopter Flight/First US Edition, Revised, 1996.
Aviation Supplies & Academincs, Inc. ISBN 1-56027-217-1

The list of references

1. Prizker D. M., Sakharov G. I. Aerodinamica. M., Mashinostroenie, 1968
2. S. Sverdlov. Quadrocopter. <http://forum.rcdesign.ru/blogs/174358/blog18011.html>
3. Multicopter Calculator. Version: X6.06, 31.01.14
<http://www.ecalc.ch/xcoptercalc.php?ecalc&lang=ru>
4. Johnson W. Helicopter Theory. Princeton University Press, 1980
5. Walter J. Wagtendonk. Principles of Helicopter Flight/First US Edition, Revised, 1996.
Aviation Supplies & Academincs, Inc. ISBN 1-56027-217-1

Рецензенты

Кизимов Алексей Тимофеевич, к.т.н., доцент, профессор кафедры радиоэлектронных и телекоммуникационных систем Рыбинского государственного авиационного технического университета им. П.А. Соловьева, г. Рыбинск.

Ремизов Александр Евгеньевич, д.т.н., доцент, заведующий кафедрой «Авиационные двигатели» Рыбинского государственного авиационного технического университета им. П.А. Соловьева, г. Рыбинск.